



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI



ARITMÉTICA

Tema: NUMEROS RACIONALES III

Docente: Elvis Llacua Balbín

academiacesarvallejo.edu.pe

OBJETIVOS



1

Estudiar los decimales inexactos periódicos mixtos.

2

Estudiar a los números acales.

3

Estudiar los cambios de base entre números acales.

INTRODUCCIÓN



B.1. Periódico Mixto.

$f = \frac{N}{D}$ Irreducible

Debe tener los factores primos 2 y/o 5, y al menos otro factor primo.

6, 12, 14, 15, 18, 22, ...

Ejemplo:

$$\frac{25}{36} = \frac{25}{2^2 \cdot 3^2} = 0,69444 \dots = 0,69\hat{4}$$

2 cifras no periódicas → 1 cifra periódica

$$\frac{7}{55} = \frac{7}{5 \cdot 11} = 0,1272727 \dots = 0,1\hat{27}$$

1 cifra no periódica → 2 cifras periódicas

Fracción Generatriz:

$$0,13\hat{8} = \frac{138 - 13}{900}$$

$$32,6\hat{5}1 = \frac{32651 - 326}{990}$$

$$0,7\hat{6}2_{(9)} = \frac{762_{(9)} - 7_{(9)}}{880_{(9)}}$$

$$0,31\hat{5}_{(7)} = \frac{315_{(7)} - 31_{(7)}}{600_{(7)}}$$

$$7,5\hat{2}_{(12)} = \frac{752_{(12)} - 75_{(12)}}{(11)0_{(12)}}$$

b) Decimales inexactos periódicos mixtos:

Una fracción irreducible genera un número decimal inexacto periódico mixto, cuando el denominador tiene como factores primos al 2 y/o al 5 y además otro u otros factores primos.

Ejemplos:

$$\frac{1}{3 \times 5} = 0,0\widehat{6}$$

$$\frac{3}{148} = 0,02\widehat{027}$$

Fracción generatriz:

$$0,\underbrace{ab \dots c}_{k \text{ cifras no periódicas}} \underbrace{xy \dots z}_{n \text{ cifras periódicas}} = \frac{\overline{ab \dots cxy \dots z} - \overline{ab \dots c}}{\underbrace{99 \dots 9}_{n \text{ cifras nueve}} \underbrace{00 \dots 0}_{k \text{ cifras cero}}}$$

La cantidad de cifras en la parte no periódica se determinara de igual manera que en el decimal exacto y la cantidad de cifras en la parte periódica de igual manera que en el periódico puro.

Ejemplos:

$$\frac{5}{2^3 \times 11}$$

Genera un decimal con:

- 2 cifras periódicas por el factor 11
- 3 cifras no periódicas por el exponente 3

$$\frac{41}{5^4 \times 37}$$

Genera un decimal con:

- 3 cifras periódicas por el factor 37
- 4 cifras no periódicas por el exponente 4

$$\frac{19}{2^3 \times 5^7 \times 101}$$

Genera un decimal con:

- 4 cifras periódicas por el factor 101
- 7 cifras no periódicas por el exponente 7

$$\frac{31}{5^2 \times 7}$$

Genera un decimal con:

- 6 cifras periódicas por el factor 7
- 2 cifras no periódicas por el exponente 2

$$\frac{9}{5^5 \times 271}$$

Genera un decimal con:

- 5 cifras periódicas por el factor 271
- 5 cifras no periódicas por el exponente 5

NÚMEROS AVALES:

Los números avales es el nombre general que se les da a todas aquellas expresiones decimales expresadas en diferentes bases, es decir, los números decimales son un caso particular de los números avales ya que se expresan en base 10.

De manera similar a los números decimales, los números avales se clasifican en avales exactos, avales inexactos periódicos puros y avales inexactos periódicos mixtos.

Ejemplos:

$0,145_7$	Aval exacto en base 7 (heptaval)
$0,021\overline{3}_9$	Aval inexacto p. puro en base 9 (nonaval)
$0,103\overline{2}_6$	Aval inexacto p. mixto en base 6 (hexaval)

Aval exactos:

Una fracción irreducible genera un aval exacto siempre que la D.C. del denominador contenga únicamente factores primos de la base.

Fracción generatriz:

$$0,\underbrace{\overline{abc \dots d}_n}_{k \text{ cifras}} = \frac{\overline{abc \dots d}_n}{\underbrace{1\,000 \dots 0_n}_{k \text{ ceros}}}$$

Para determinar la cantidad de cifras avales que genera la fracción irreducible, se debe determinar la menor potencia de la base en la que está contenida el denominador, siendo el exponente el que coincide con la cantidad de cifras avales.

Ejemplo:

$$\frac{3}{20} \quad \text{Genera 2 cifras avales en base 30, porque } 30^2 \text{ es la menor potencia de la base que contiene al 20.}$$

Avales inexactos periódicos puros:

Una fracción irreducible genera un aval inexacto periódico puro siempre que la D.C. del denominador no contenga ninguno de los factores primos de la base.

Fracción generatriz:

$$0, \underbrace{abc \dots d_n}_{k \text{ cifras}} = \frac{\overline{abc \dots d_n}}{\underbrace{(n-1)(n-1) \dots (n-1)_n}_{k \text{ cifras máximas}}}$$

Para determinar la cantidad de cifras avales que genera la fracción irreducible, se debe seguir un criterio similar al de los decimales inexactos periódicos puros, es decir se debe conocer la tabla de numerales máximos de dicha base.

Ejemplo:

$$\frac{3}{37} \quad \text{Genera 4 cifras avales en base 6, porque 37 está contenido en } 5555_6.$$

Tabla de cincos (para la base 6 únicamente):

$$5_6 = 5$$

$$55_6 = 5 \times 7$$

$$555_6 = 5 \times 43$$

$$5 \ 555_6 = 5 \times 7 \times 37$$

$$55 \ 555_6 = 5^2 \times 311$$

Avales inexactos periódicos mixtos:

Una fracción irreducible genera un aval inexacto periódico mixto cuando el denominador contenga al menos un factor primo de la base y al menos otro factor primo que no esté contenido en la base.

Fracción generatriz:

$$0, \underbrace{\overline{ab \dots c}}_{k \text{ cifras}} \underbrace{de \dots f_n}_{n \text{ cifras}} = \frac{\overline{ab \dots cde \dots f_n} - \overline{ab \dots c_n}}{\underbrace{(n-1)(n-1) \dots (n-1)}_{n \text{ cifras}} \underbrace{000 \dots 0_n}_{k \text{ cifras}}}$$

Para determinar la cantidad de cifras avaluas que genera la fracción irreducible, se debe seguir un criterio similar al de los decimales inexactos periódicos mixtos, es decir se debe conocer la tabla de numerales máximos de dicha base y la menor potencia de la base que contiene a la parte correspondiente del denominador.

Ejemplos:

$$\frac{3}{3^3 \times 5}$$

En base 9 genera:

2 cifras no periódicas, porque 3^3 está contenido en 9^2
2 cifras periódicas, porque 5 está contenido en 88_9

$$\frac{3}{3^3 \times 5}$$

En base 6 genera:

3 cifras no periódicas, porque 3^3 está contenido en 6^3
1 cifra periódica, porque 5 está contenido en 5_6

$$\frac{3}{3^2 \times 5}$$

En base 5 genera:

1 cifra no periódica, porque 5 está contenido en 5^1
6 cifras periódicas, porque 3^2 está contenido en 444444_5

Igualdad entre dos avaluas:

En la igualdad entre dos avaluas, se igualan las partes enteras y las partes avaluas de ambos numerales.

Ejemplo:

Si se cumple que: $\overline{4a}, \overline{2b}_6 = \overline{a0}, \widehat{2c0}_8$

Igualdad de las partes enteras:

$$\overline{4a}_6 = \overline{a0}_8$$

Igualdad de las partes avaluas:

$$0, \overline{2b}_6 = 0, \widehat{2c0}_8$$

En la igualdad de la parte entera se emplea las técnicas usadas en numeración.

En la igualdad de la parte aval, se usan generalmente las fracciones generatriz.

Problema 596. UNI 1988

$(0, ab)_4$ y $(0, ac)_6$, escrito en base 4 y 6 respectivamente, representan al número racional irreducible $\frac{p}{q} \neq 0$.

Calcular: $a + b + c + p + q$

- A) 9 B) 11 C) 13
 D) 14 E) 15

Resolución:

$$0, \overline{ab}_{(4)} = 0, \overline{ac}_{(6)} = \frac{p}{q}$$

$$\frac{\overline{ab}_{(4)}}{100_{(4)}} = \frac{\overline{ac}_{(6)}}{100_{(6)}}$$

$$\frac{4a+b}{\cancel{16}_4} = \frac{6a+c}{\cancel{36}_9}$$

$$36a + 9b = 24a + 4c$$

$$\underbrace{12a}_{\dot{4}} + \underbrace{9b}_{\dot{4}} = \underbrace{4c}_{\dot{4}}$$

$$\downarrow$$

$$b=0$$

$$\rightarrow 12a = 4c$$

$$3a = c$$

$$\downarrow \quad \nwarrow$$

$$a=1 \quad c=3$$

Luego:

$$* 0,10_{(4)} = \frac{p}{q}$$

$$\frac{10_{(4)}}{100_{(4)}} = \frac{p}{q}$$

$$\frac{\cancel{1}_4}{4\cancel{16}} = \frac{p}{q} \rightarrow p=1$$

$$\rightarrow q=4$$

Pide:

$$a + b + c + p + q = \frac{9}{\downarrow}$$

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 3 & 1 & 4 \end{matrix}$$

Rpta.

CAMBIOS DE BASE DE NÚMEROS VALES:

1) De base n a base 10 ($n \neq 10$):

Ejemplo: Expresar $0,3241_5$ a base 10

1ra forma:

$$0,3241_5 = \frac{3241_5}{10000_5} = \frac{446}{5^4} \times \frac{2^4}{2^4} = \frac{7136}{10000} = 0,7136$$

$$\therefore 0,3241_5 = 0,7136$$

2da forma:

$$0,3241_5 = \frac{3}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \frac{1}{5^4}$$

$$0,3241_5 = \frac{3}{5} \times \frac{5^3}{5^3} + \frac{2}{5^2} \times \frac{5^2}{5^2} + \frac{4}{5^3} \times \frac{5}{5} + \frac{1}{5^4}$$

$$0,3241_5 = \frac{446}{5^4} \times \frac{2^4}{2^4} = \frac{7136}{10000} = 0,7136$$

$$\therefore 0,3241_5 = 0,7136$$

2) De Base 10 a Base $\neq 10$

Ejemplo:

Expresar $0,46666\dots$ a base 7

1ra forma:

$$0,4666\dots = 0,4\hat{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

De aquí:

$$\frac{7}{15} \times 7 = \frac{49}{15} = \textcircled{3} + \frac{4}{15}$$

$$\frac{4}{15} \times 7 = \frac{28}{15} = \textcircled{1} + \frac{13}{15}$$

$$\frac{13}{15} \times 7 = \frac{91}{15} = \textcircled{6} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{15} \times 7 = \frac{7}{15} = \textcircled{0} + \frac{7}{15}$$

$$\frac{7}{15} \times 7 = \frac{49}{15} = \textcircled{3} + \frac{4}{15}$$

$\vdots$

$$0,4666\dots = 0,3\dots_7$$

$$0,4666\dots = 0,31\dots_7$$

$$0,4666\dots = 0,316\dots_7$$

$$0,4666\dots = 0,3160\dots_7$$

$$0,4666\dots = 0,316031\dots_7$$

$$\therefore 0,4\hat{6} = 0,\widehat{3160}_7$$

2da forma:

$$0,4666 \dots = 0,4\widehat{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

De aquí:

$$\begin{array}{r}
 7 \times 7 = 49 \quad \overline{) 15} \\
 \underline{45} \\
 4 \times 7 = 28 \\
 \underline{15} \\
 13 \times 7 = 91 \\
 \underline{90} \\
 1 \times 7 \times 7 = 49 \\
 \underline{45} \\
 4 \\
 \dots
 \end{array}$$

$$0,4666 \dots = 0,31603160 \dots_{(7)}$$

$$\therefore 0,4\widehat{6} = 0,3\widehat{160}_7$$

Nota:

La aplicación de la fracción generatriz de un aval y su posterior cambio de base mediante descomposición canónica permite obtener la fracción en base 10 que le da origen.

43. Sean

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \dots$$

$$B = \frac{9}{10^2} + \frac{9}{10^5} + \frac{9}{10^8} + \dots$$

Calcule la cifra de orden -25 que generan $A + B$.

A) 6

B) 2

C) 7

D) 0

E) 4

Nota:

$$* 0,\overline{abcd}_{(n)} = \frac{a}{n^1} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + \frac{d}{n^4}$$

$$* A = 0,\overline{10101}\dots_{(2)}$$

$$A = 0,\overline{10}_{(2)}$$

$$A = \frac{10_{(2)}}{11_{(2)}}$$

$$A = \frac{2}{3}$$

Luego:

$$A + B = \frac{2 \cdot 333}{3 \cdot 333} + \frac{10 \cdot 9}{111 \cdot 9}$$

$$A + B = \frac{666}{999} + \frac{90}{999}$$

$$A + B = \frac{756}{999} = 0,\overline{756}$$

$$A + B = 0,\overline{756756}\dots$$

$\begin{matrix} -1 & -2 & -3 & & -6 & & -24 & -25 & & -27 \\ & & & & & & & \downarrow & & \\ & & & & & & & 7 & 5 & 6 \end{matrix}$

$$* B = 0,\overline{09009009}\dots$$

$$B = 0,\overline{0900}$$

$$B = \frac{900}{9990}$$

$$B = \frac{10}{111}$$

Problema 122. UNI 2007 - II

La fracción $\frac{1}{5}$, como una expresión

decimal en base dos, tiene la expansión:

- A) 0,00111111 ...
- ☒ B) 0,00110011 ...
- C) 0,10101010 ...
- D) 0,011011011 ...
- E) 0,101101101 ...

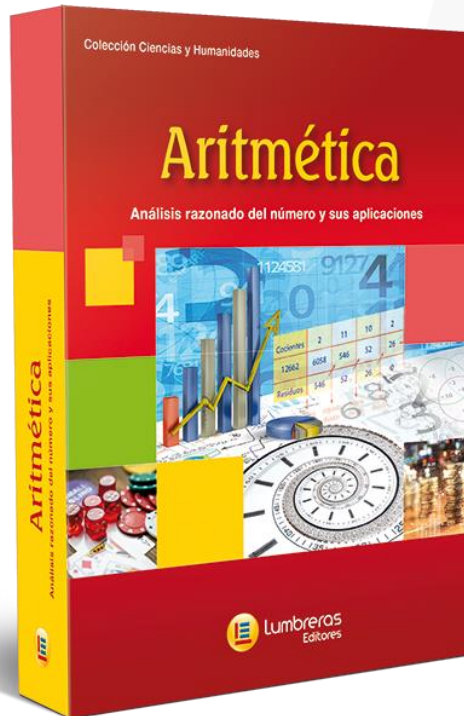
* $\frac{1}{5}$ a base 2.

$$\begin{array}{r}
 1 \overline{) 5} \\
 \underline{0} 0,00110011 \dots (2) \\
 1 \times 2 = 2 \\
 \underline{0} 2 \times 2 = 4 \\
 \underline{0} 4 \times 2 = 8 \\
 \underline{5} 5 \times 2 = 6 \\
 \underline{3} 3 \times 2 = 6 \\
 \underline{5} 5 \times 2 = 2 \\
 \underline{1} 1 \times 2 = 2
 \end{array}$$

$$\therefore \frac{1}{5} = 0,00110011 \dots (2)$$

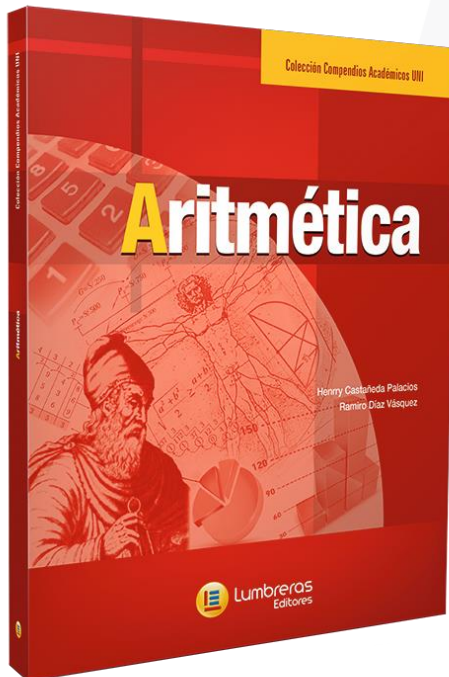
Rpta.

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.



GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe